

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6

### РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

#### 6.1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Сформировать у студентов представление о методах решения систем нелинейных уравнений, привить умения составлять и применять алгоритмы для решения таких систем уравнений, выработать навыки в использовании программных средств для решения систем уравнений.

#### 6.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить теоретическую часть. Выполните задания, соответствующие номеру Вашего варианта, и продемонстрируйте их преподавателю.

2. Оформите отчет по лабораторной работе, который должен содержать:

- титульный лист;
- исходные данные варианта;
- решение задачи;
- результаты решения задачи.

#### 6.3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

##### Пример 6.1.

Решить систему нелинейных уравнений методом Ньютона с точностью 0,001:

$$\begin{cases} \sin(x - 0,6) - y = 1,6, \\ 3x - \cos y = 0,9. \end{cases}$$

##### Решение:

Перепишем данную систему в виде

$$\begin{cases} y = \sin(x - 0,6) - 1,6, \\ x = \frac{0,9 + \cos y}{3}. \end{cases}$$

Отделение корней произведем графически:

```
>> x1=-2:0.1:2;  
>> y1=sin(x1-0.6)-1.6;  
>> y2=-3:0.1:3;  
>> x2=(0.9+cos(y2))/3;  
>> plot(x1, y1, 'R', x2, y2)  
>> grid on
```

Получим следующие графики:

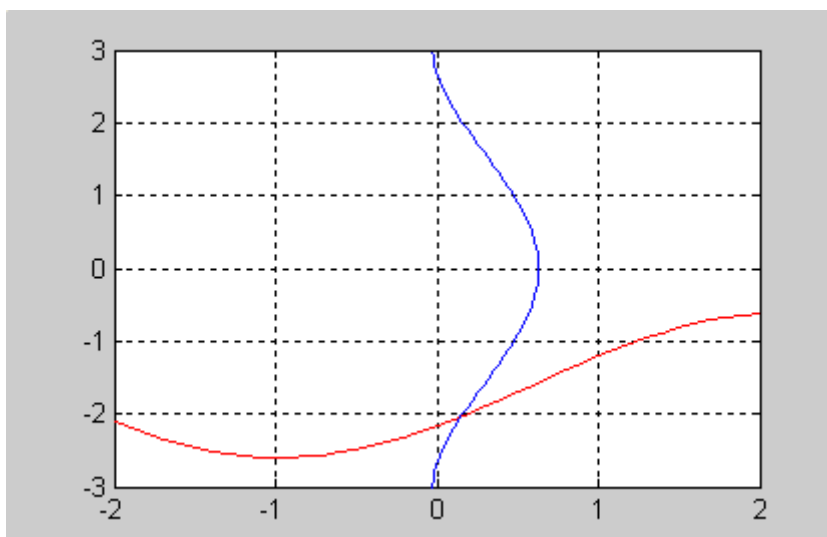


Рис. 6.1. Графики функций:  $\sin(x - 0,6) - y = 1,6$  (красная линия) и  $3x - \cos y = 0,9$  (синяя линия)

Из графика видно, что система имеет одно решение, заключенное в области  $D$ :  $0 < x < 0,5$ ,  $-2,5 < y < -1,5$ .

Перепишем систему в следующем виде:

$$\begin{cases} F(x, y) = \sin(x - 0,6) - y - 1,6 = 0, \\ G(x, y) = 3x - \cos y - 0,9 = 0. \end{cases}$$

Найдем частные производные:

$$\begin{cases} F'_x(x, y) = \cos(x - 0,6), \\ G'_x(x, y) = 3, \end{cases} \quad \begin{cases} F'_y(x, y) = -1, \\ G'_y(x, y) = \sin y. \end{cases}$$

Возьмем начальное приближение  $x_0 = 0,1$ ,  $y_0 = -2$ .

1. Создайте файл `F_6.m` (листинг 6.1), содержащий описание функции  $F(x, y) = \sin(x - 0,6) - y - 1,6 = 0$ .

**Листинг 6.1. Файл `F_6.m`.**

```
function z=F_6(x,y)
z=sin(x-0.6)-y-1.6;
```

2. Создайте файл `G_6.m` (листинг 6.2), содержащий описание функции  $G(x, y) = 3x - \cos y - 0,9 = 0$ .

**Листинг 6.2. Файл `G_6.m`.**

```
function z=G_6(x,y)
z=3*x-cos(y)-0.9;
```

3. Создайте файл `Fx_6.m` (листинг 6.3), содержащий описание функции  $F'_x(x, y) = \cos(x - 0,6)$ .

**Листинг 6.3. Файл `Fx_6.m`.**

```
function z=Fx_6(x,y)
z=cos(x-0.6);
```

4. Создайте файл `Fy_6.m` (листинг 6.4), содержащий описание функции  $F'_y(x, y) = -1$ .

**Листинг 6.4. Файл `Fy_6.m`.**

```
function z=Fy_6(x,y)
```

z=-1;

5. Создайте файл Gx\_6.m (листинг 6.5), содержащий описание функции  $G'_x(x, y) = 3$ .

**Листинг 6.5. Файл Gx\_6.m.**

```
function z=Gx_6(x,y)
z=3;
```

6. Создайте файл Gy\_6.m (листинг 6.6), содержащий описание функции  $G'_y(x, y) = \sin y$ .

**Листинг 6.6. Файл Gy\_6.m.**

```
function z=Gy_6(x,y)
z=sin(y);
```

7. Создайте файл SysNuton.m (листинг 6.7), содержащий описание функции, возвращающей решение системы нелинейных уравнений методом Ньютона.

**Листинг 6.7. Файл SysNuton.m.**

```
function SysNuton(f,g,fx,fy,gx,gy,x0,y0,esp)
x1=x0+(feval(g,x0,y0)*feval(fy,x0,y0)-
feval(f,x0,y0)*feval(gy,x0,y0))/(feval(fx,x0,y0)*feval(gy,x0,y0)-
feval(fy,x0,y0)*feval(gx,x0,y0));
y1=y0+(feval(f,x0,y0)*feval(gx,x0,y0)-
feval(g,x0,y0)*feval(fx,x0,y0))/(feval(fx,x0,y0)*feval(gy,x0,y0)-
feval(fy,x0,y0)*feval(gx,x0,y0));
k=1;
while abs(x1-x0)>esp & abs(y1-y0)>esp
    x0=x1;
    y0=y1;
    x1=x0+(feval(g,x0,y0)*feval(fy,x0,y0)-
feval(f,x0,y0)*feval(gy,x0,y0))/(feval(fx,x0,y0)*feval(gy,x0,y0)-
feval(fy,x0,y0)*feval(gx,x0,y0));
    y1=y0+(feval(f,x0,y0)*feval(gx,x0,y0)-
feval(g,x0,y0)*feval(fx,x0,y0))/(feval(fx,x0,y0)*feval(gy,x0,y0)-
feval(fy,x0,y0)*feval(gx,x0,y0));
    k=k+1;
end;
x=x1
y=y1
k
```

8. Найдите решение системы:

```
>> SysNuton('F_6','G_6','Fx_6','Fy_6','Gx_6','Gy_6',0.1,-2,0.001)
x =
    0.1511
y =
   -2.0340
k =
     2
```

Таким образом, мы получили решение системы  $x = 0.1511$ ,  $y = -2.0340$  за две итерации.

Решение систем нелинейных уравнений в MATLAB осуществляется функцией `fsolve()`, которая имеет вид:

```
fsolve('file', x0)
```

где file – система уравнений, сохраненная в m-файле.

### Пример 6.2.

Пусть содержимое файла имеет вид:

```
function F=myfun(x)
```

```
F=[sin(x(1))-0.6)-x(2)-1.6; 3*x(1)-cos(x(2))-0.9]
```

Программа и результаты решения имеют вид:

```
>> x0=[0.1;-2];
```

```
>> x=fsolve('myfun',x0)
```

x =

0.1511

-2.0340

## 6.4. ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ НА ЗАЩИТЕ РАБОТЫ

1. Какие вы знаете методы решения систем нелинейных уравнений?
2. В чем заключается суть метода Ньютона для решения систем нелинейных уравнений?
3. В чем заключается суть метода простой итерации для решения систем уравнений?
4. В чем заключается суть методов спуска для решения систем нелинейных уравнений? Какие виды методов спуска вы знаете?

## 6.5. ЗАДАНИЕ

1. Отделить решение системы графически.
2. Решить систему методом Ньютона с точностью 0,001.

*Варианты заданий.*

№ варианта	Задание
1	$\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,4) = x^2; \\ 0,6x^2 + 2y^2 = 1, x > 0, y > 0. \end{cases}$
2	$\begin{cases} \sin(x + y) - 1,6x = 0; \\ x^2 + y^2 = 1, x > 0, y > 0. \end{cases}$
3	$\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,1) = x^2; \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
4	$\begin{cases} \sin(x + y) - 1,2x = 0,2; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

5	$\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,3) = x^2; \\ 0,9x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
6	$\begin{cases} \sin(x + y) - 1,3x = 0; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
7	$\begin{cases} \operatorname{tg} xy = x^2; \\ 0,8x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
8	$\begin{cases} \sin(x + y) - 1,5x = 0,1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
9	$\begin{cases} \operatorname{tg} xy = x^2; \\ 0,7x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
10	$\begin{cases} \sin(x + y) - 1,2x = 0,1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
11	$\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,2) = x^2; \\ 0,6x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
12	$\begin{cases} \sin(x + y) = 1,5x - 0,1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$